



Integration von Schülerinnen und Schülern mit einer Sehschädigung an Regelschulen

Didaktikpool

Zahlbegriffsentwicklung blinder und sehender Schülerinnen und Schüler im
Hinblick auf Lernmaterialien im Gemeinsamen Unterricht

- 2 Entwicklung des Zahlbegriffs bei blinden und sehenden Kindern -

Melanie Linscheidt

2002

Universität Dortmund

Fakultät Rehabilitationswissenschaften

Rehabilitation und Pädagogik bei Blindheit und Sehbehinderung

Projekt ISaR

44221 Dortmund

Tel.: 0231 / 755 5874

Fax: 0231 / 755 4558

E-mail: isar@uni-dortmund.de

Internet: <http://isar.reha.uni-dortmund.de>





2 Entwicklung des Zahlbegriffs bei blinden und sehenden Kindern

Bisher wurden zwar verschiedene Beschreibungen der Zahl und damit viele verschiedene Zahlentheorien betrachtet, aber es wurde keine Antwort auf die Frage gegeben, wie der Zahlbegriff beim Menschen, insbesondere beim Kind, entwickelt wird. Dies ist aber für die vorliegende, auf Schule ausgerichtete Arbeit besonders wichtig, denn der schulische Mathematikunterricht und die Auswahl der Lernmaterialien sollten entsprechend der relevanten Erkenntnisse gestaltet werden.

Die Frage, wie Kinder den Zahlbegriff entwickeln und die Zahlen verstehen, wird kontrovers diskutiert. In einigen Modellen wird das Zählen als ein wichtiger Bestandteil der Zahlbegriffsentwicklung betrachtet, bei anderen hat das Zählen kaum Relevanz. Manche Autoren haben beobachtet, dass die Finger für das Darstellen von Zahlen grundlegend sind, während andere diesem Aspekt keine Bedeutung beimessen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 3). Im Folgenden werden daher verschiedene Positionen bezüglich der Entwicklung des Zahlbegriffs dargestellt und auf Kinder mit Blindheit bezogen. In [Kapitel 2.1](#) möchte ich auf den Personenkreis der Schüler mit Blindheit eingehen, um eine Grundlage für die nachfolgenden Erläuterungen bezüglich blinder Kinder zu schaffen. Dann beabsichtige ich, in [Kapitel 2.2](#) auf die Erkenntnisse Piagets eingehen, die zum größten Teil auch heute noch von Bedeutung sind, um diese anschließend durch aktuellere Untersuchungsergebnisse zu ergänzen und auf Kinder mit Blindheit zu beziehen. Auf die Zahlerfahrung blinder Kinder, unabhängig von den Erkenntnissen Piagets, soll in [Kapitel 2.3](#) Bezug genommen werden. [Kapitel 2.4](#) behandelt die Entwicklung und die Bedeutung des Zählens blinder und sehender Kinder, was heute als ein zentraler Aspekt für die Entwicklung des Zahlbegriffs anerkannt ist. Auch das Messen gewinnt für die Zahlbegriffsentwicklung zunehmend an Bedeutung. Daher soll dieser Aspekt in [Kapitel 2.5](#) aufgegriffen werden.



2.1 Zum Personenkreis der Schüler mit Blindheit

Sehschädigung ist ein sehr weiter Begriff, der die „Sehbehinderung“, die „hochgradige Sehbehinderung“ und die „Blindheit“ umfasst (vgl. Blindenschule-Lebach 2002). Es ist nicht leicht, diese Begriffe eindeutig voneinander abzugrenzen, da verschiedene Aspekte in unterschiedlichen Situationen relevant sind. Beispielsweise interessiert einen Augenarzt eher die Sehschärfe, während für den Pädagogen vielmehr von Bedeutung ist, wie sich das Kind in wichtigen Lebensvollzügen aufgrund seiner Sehschädigung verhält. Wichtig ist dabei, ob das Kind Informationen aus der Umwelt eher über die visuelle Wahrnehmung aufnimmt oder doch vermehrt die taktile und auditive Wahrnehmung bevorzugt (vgl. Kultusminister des Landes NRW 1981, 7). Die Weltgesundheitsorganisation (WHO) unterteilt die Sehschädigung in sechs Kategorien und definiert diese nach der Sehschärfe (Visus). Dieser Wert bezieht sich auf das besser sehende oder beide Augen, wobei von bestmöglicher Korrektur ausgegangen wird. Auch andere Beeinträchtigungen, beispielsweise eine Einschränkung des Gesichtsfeldes von gleichem Schweregrad, fließen in die Bewertung mit ein (vgl. Drave 1999, 154). Laut der ICD 10 Definition der World Health Organization (WHO) (2002) werden Sehschädigungen in folgende Kategorien eingeteilt:

Kategorie 1	(Sehbehinderung)	Visus unter	6/18 bzw. 3/10	(0,3)
Kategorie 2	(Sehbehinderung)	Visus unter	6/60 bzw. 1/10	(0,1)
Kategorie 3	(hochgradige Sehbehinderung)	Visus unter	3/60 bzw. 1/20	(0,05)
Kategorie 4	(blind)	Visus unter	1/60 bzw. 1/50	(0,02)
Kategorie 5	(blind)	keine Lichtwahrnehmung (Amaurose)		
Kategorie 9	unbestimmt oder nicht genau angegeben			

Diese Werte sind Visusangaben und bedeuten, dass ein Mensch mit hochgradiger Sehbehinderung mit einem Visus von 1/20 der Norm Dinge aus einem Meter Entfernung erkennen kann, welche ein Normalsichtiger aus 20 Metern Entfernung wahrnimmt. Diese Messwerte können jedoch immer nur eine Orientierung für den Pädagogen darstellen, da auch zentrale Störungen, die von Augenärzten nicht



erkannt werden, das Sehvermögen beeinträchtigen können (vgl. Kultusminister des Landes Nordrhein-Westfalen 1981, 7).

In der vorliegenden Arbeit beziehe ich mich auf Kinder mit Blindheit, also auf Kinder, deren Sehschärfe unterhalb von 1/50 der Norm liegt und den Kategorien 4 und 5 der WHO zugeordnet werden kann. Für die pädagogische Arbeit bedeutet Blindheit, „dass Kinder und Jugendliche sich mit ihrer Umwelt weitgehend oder gänzlich akustisch, taktil, haptisch, kinästhetisch, gustatorisch und olfaktorisch auseinandersetzen“ (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung 2001¹).

2.2 Piagets Ansatz zur Entwicklung des Zahlbegriffs

Noch zu Beginn des letzten Jahrhunderts ging man davon aus, dass Kinder im Prinzip dieselbe Denkweise wie Erwachsene hätten, nur seien die Denkfunktionen noch nicht so gut ausgebildet. Erst dann kam die Idee auf, dass zwischen dem Denken von Kindern und Erwachsenen wesentlich mehr Unterschiede bestehen könnten. Diese These vertrat unter anderem Jean Piaget. Er stellte sogar heraus, dass Kinder die Welt auf völlig andere Weise betrachten als Erwachsene. Das kindliche Denken, nicht nur in Bezug auf den Zahlbegriff, entwickelt sich ihm zufolge in einer vorgegebenen Reihenfolge. Um die Entwicklung des Zahlbegriffs in die allgemeine kindliche Entwicklung einzubetten, möchte ich zunächst die von Piaget herausgestellten vier Phasen der kindlichen Entwicklung kurz vorstellen (Kapitel 2.2.1). Erst im Anschluss wird auf die Entwicklung des Zahlbegriffs im Besonderen eingegangen (Kapitel 2.2.2). Da in den letzten Jahrzehnten sehr viel über Piagets Erkenntnisse diskutiert wurde, sollen die aktuellen Erkenntnisse diesbezüglich in Kapitel 2.2.3 dargestellt werden. Auch bezogen auf blinde Kinder wurde eine Vielzahl an Untersuchungen durchgeführt, welche die Erkenntnisse Piagets auf blinde Kinder zu übertragen versuchen. Hierauf möchte ich in Kapitel 2.2.4 eingehen.

¹ Da sich Seitenzahlen bei Dokumenten aus dem Internet i.d.R. nicht allgemeingültig angeben lassen, möchte ich in diesen Fällen auf eine Seitenangabe verzichten.



Stadien der kognitiven Entwicklung nach Piaget

Sensomotorische Periode (0-2 Jahre²)

Das Stadium der sensomotorischen Entwicklung ist im Wesentlichen durch die Entwicklung der Objektpermanenz gekennzeichnet. Veränderungen eines optischen Eindrucks beispielsweise, die sich aus dem Wechsel des Blickwinkels ergeben, führt ein Kind zu Beginn noch auf eine Veränderung des Gegenstandes zurück, nicht aber auf die Veränderung seines persönlichen Blickwinkels. Erst später, im Alter von ca. zwei Jahren, ist es dem Kind möglich, sich von der Zentrierung der eigenen Person zu lösen (vgl. Ginsburg & Opper 1991, 44ff).

Präoperationale Periode (2-7 Jahre)

In dieser Phase lernt das Kind, sich von konkreten Handlungen zu lösen und diese so zu verinnerlichen, dass es sie in Gedanken ausführen kann. Dies kann daran erkannt werden, dass das Kind jetzt Symbole gebraucht, z.B. wenn die Kinder „so tun als ob“ (wie beim Spielen von Vater-Mutter-Kind). Auch die Sprache, ebenfalls aus Symbolen bestehend, entwickelt sich in dieser Zeit bis zum Schuleintritt sehr rasch. Dennoch ist das Kind im Vorschulalter noch nicht in der Lage, geistige Handlungen (Operationen) zu gebrauchen, wie sie im nächsten Kapitel dargestellt werden (vgl. Pulaski 1975, 28f).

Periode der konkreten Operationen (7-12 Jahre)

Die Phase der konkreten Operationen ist zeitlich in etwa vom Schuleintritt bis zum zwölften Lebensjahr einzuordnen. Der Begriff „Operation“ kommt aus dem Französischen und kann mit „Handlung“ übersetzt werden. Damit sind „Aktivitäten des Geistes im Gegensatz zu den körperlichen Aktivitäten der sensomotorischen Pe-

² Die Altersangaben sind als ungefähre Richtschnur zu sehen und sind Oerte (1982, 326) entnommen.



riode“ gemeint (Pulaski 1975, 48). Piaget unterscheidet zwischen konkreten und formalen Operationen. Konkrete Operationen sind internalisierte Handlungen, die schon in Gedanken durchgeführt werden können, aber noch an konkrete Vorstellungen gebunden sind. Formale Handlungen hingegen beinhalten zudem den Umgang mit abstrakten Begriffen, die nicht mehr konkret vorstellbar sind (beispielsweise die Unendlichkeit der Zahlen) (vgl. Maier 1990, 77).

Die Operationen, die ein Kind in Gedanken ausführt, werden zunehmend „gruppiert“. Eine Gruppe ist ursprünglich ein mathematischer Begriff, der zu dem von Piaget benutzten Begriff „Gruppierung“ eine gewisse Ähnlichkeit aufweist (vgl. Maier 1990, 77). Eine Gruppierung im Sinne Piagets ist, wie die mathematische Gruppe, durch vier Merkmale gekennzeichnet:

- Ø Kombinationsfähigkeit: Das Kind kann Operationen miteinander verbinden, z.B. sucht es beim Einordnen eines Stabes in eine Reihe den nächst kleineren und den nächst größeren Stab und weiß, dass der gesuchte Platz dazwischen liegt.
- Ø Assoziationsfähigkeit: verschiedene Operationen können zu demselben Ergebnis führen; z.B. ist $8+1$ dasselbe wie $7+2$.
- Ø Identität/ Tautologie: es gibt Operationen, die das Ergebnis nicht verändern, z.B. die Null bei Additionen.
- Ø Reversibilität: das Kind kann zu jeder Operation eine Umkehroperation finden, z.B. $7+2 = 2+7$ (vgl. Maier 1990, 77f).

Innerhalb der konkreten Operationen gibt es, außer der Addition und der Multiplikation, eine Vielzahl von Denkstrukturen, welche die Voraussetzungen einer Gruppierung erfüllen. Dazu gehören u.a. die Klassifikation und die Seriation, welche die Stück-für-Stück-Korrespondenz voraussetzt (vgl. Pulaski 1975, 50). Dies sind nach Piaget wichtige Fähigkeiten, die ein Kind erlangen muss, um den Zahlbegriff zu entwickeln (vgl. Csocsán 2001, 8). Auf diesen Zusammenhang wird in Kapitel 2.2.2 noch näher eingegangen.



Periode der formalen Operationen (ab 12 Jahren)

In der Phase der formalen Operationen ist das Kind im Gegensatz zur Periode der konkreten Operationen in der Lage, über völlig hypothetische Vorstellungen und nicht nur über konkrete Dinge nachzudenken (vgl. Pulaski 1975, 30).

Entwicklung des Zahlbegriffs nach Piaget

Um den Zahlbegriff zu entwickeln, ist nach Piaget das Verständnis von vier Denkleistungen notwendig: Die Fähigkeit der Stück-für-Stück-Korrespondenz (kardinal und ordinal), die Fähigkeit der Invarianz (Erhaltung), die Fähigkeit zur Klassifikation und zur Reihenbildung (Seriation) (vgl. Csocsán 2001, 8 und Hamel & Tombe 1972, 79). Diese vier Fähigkeiten hängen eng miteinander zusammen und gelten doch als einzelne Fähigkeiten. Aus diesem Grund stellt sich die Aufgabe, die Zusammenhänge sowie die Begrifflichkeiten übersichtlich darzustellen, als äußerst kompliziert dar. Piaget und Szeminska (1969) haben eine Möglichkeit der Ordnung gefunden, doch in nachfolgenden Berichten werden andere Gliederungspunkte nahegelegt. Aus diesem Grund habe ich eine eigene Ordnung gewählt, in der ich die Aspekte der kardinalen Stück-für-Stück-Korrespondenz und den Begriff der Invarianz zusammen betrachte, da diese bezüglich der Versuchsanordnungen, die sich schwerpunktmäßig auf den kardinalen Aspekt der Zahl beziehen, sehr eng miteinander verknüpft sind. Dann wende ich mich von dem kardinalen Aspekt der Zahl ab und stelle die Seriation sowie die ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz vor. Im Anschluss daran möchte ich kurz auf den Zusammenhang zwischen kardinaler und ordinaler Korrespondenz sowie zuletzt auf die Fähigkeit zur Klassifikation eingehen.

Kardinale Stück-für-Stück Korrespondenz und Invarianz

Stück-für-Stück-Korrespondenz bedeutet, dass jedem Element einer Menge eindeutig, also eins zu eins, ein Element einer anderen Menge zugeordnet wird. Piaget und Szeminska (1969, 61) untersuchten die Fähigkeit zur kardinalen Stück-für-Stück-Korrespondenz, indem sie einem Kind Kugeln oder Plättchen vorleg-



ten und es aufforderten, dieselbe Anzahl noch einmal dazu zu legen. Bei diesem Versuch sollten also gleichartige Gegenstände (Kugeln oder Plättchen) einander zugeordnet werden. Allerdings musste diese Aufgabe nicht zwangsläufig mit Hilfe einer Stück-für-Stück-Korrespondenz gelöst werden, sondern konnte ebenso durch Abzählen oder andere Methoden bearbeitet werden. Daher nennt Piaget die Lösung einer solchen Aufgabe durch Korrespondenz auch „spontane Korrespondenz“ (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 89). Die Schwierigkeit einer solchen Zuordnung wird daran deutlich, dass einige Kinder nicht die exakte Anzahl dazu legen konnten, sondern statt dessen eine Reihe von gleicher Länge oder ein ähnliches Muster bildeten (vgl. Ginsburg & Oppen 1991, 181ff).

Aufgrund der Schwierigkeiten einiger Kinder, spontan eine Stück-für-Stück-Korrespondenz herzustellen, versuchten Piaget und Szeminska (1969, 62) das Bilden einer Eins-zu-Eins-Zuordnung zu provozieren. Zunächst wählten sie verschiedenartige zusammengehörende Gegenstände, um die Kinder zu einer Stück-für-Stück-Zuordnung zu verleiten (z.B. Vasen und Blumen). Doch trotz dieser erleichternden Bedingungen war es einigen Kindern noch nicht möglich, die Aufgabe zu lösen (vgl. Maier 1990, 62).

Sobald ein Kind eine Stück-für-Stück-Korrespondenz korrekt gebildet und festgestellt hat, dass beide Mengen äquivalent sind, d.h. die gleiche Anzahl an Elementen besitzen, änderte Piaget die Anordnung in einer der beiden Reihen, beispielsweise schob er die Elemente auseinander oder rückte sie enger zusammen. Die Frage an das Kind war dann, welche der beiden Mengen nun mehr Elemente enthielt. Sehr häufig wurde die Menge benannt, deren Elemente weiter auseinander lagen, die also subjektiv größer erschien (vgl. Maier 1990, 63). Mit dieser Versuchsanordnung untersuchte Piaget die Fähigkeit zur Invarianz (Erhaltung). Darunter versteht Piaget „die Konstanz der Quantität gegenüber nur qualitativen Veränderungen“ (Maier 1990, 59). In diesem Fall ist damit die Erkenntnis gemeint, dass eine Menge gleich bleibt, auch wenn sie ihre Lage im Raum verändert (vgl. Csocsán 2001, 9).



Bisher sind ausschließlich zählbare, d.h. diskontinuierliche Mengen betrachtet worden. Was aber versteht ein Kind von kontinuierlichen Mengen, wie z.B. Wasser? Dazu hat Piaget Umschüttaufgaben erdacht, bei denen u.a. Wasser von einem breiten Glas in ein schmaleres Gefäß umgefüllt wurde. Dadurch scheint sich die Menge des Wassers zu verändern, da der Füllstand in dem schmaleren Gefäß höher ist. Viele der Kinder haben, ebenso wie bei den Versuchen zur Erhaltung diskontinuierlicher Mengen, nicht verstanden, dass die Menge des Wassers identisch bleibt und sich nur die Qualität verändert (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 16).

Nachdem Piaget und Szeminska (1969) eine Vielzahl von Versuchen der beschriebenen Art durchgeführt hatten, konnten sie drei Stadien bezüglich der Entwicklung der Fähigkeit zur kardinalen Stück-für-Stück-Korrespondenz und zur Invarianz ausmachen.

Im ersten Stadium, das auch als Stadium des globalen Vergleichs bezeichnet wird (vgl. Hamel & Tombe 1972, 77), ist das Kind noch nicht in der Lage, eine Stück-für-Stück-Korrespondenz herzustellen. Bei der Aufgabenstellung, genau so viele Plättchen zu nehmen, wie in einer Reihe liegen, baut das Kind die Form, also das äußere Erscheinungsbild der Reihe, nach. Beispielsweise bildet es eine etwa gleich lange Reihe, ohne auf die Anzahl der Plättchen zu achten. Das Kind vergleicht folglich global, ohne den Versuch einer Stück-für-Stück-Korrespondenz (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 90). Bezüglich der Fähigkeit zur Invarianz handeln die Kinder ähnlich. Zunächst versuchte Piaget, den Kindern die Stück-für-Stück-Korrespondenz nahezubringen, indem er sie aufforderte, in jede vorhandene Vase eine Blume zu stecken. Die Kinder stellten fest, dass die Anzahl der Vasen und Blumen identisch war. Wenn jedoch die Blumen vor den Augen des Kindes aus den Vasen genommen und auf einen Haufen gelegt wurden, waren die Kinder davon überzeugt, nun mehr Vasen vor sich zu haben (vgl. Ginsburg & Oppenheimer 1991, 185). Die visuelle Wahrnehmung (in diesem Fall die Länge der Reihe mit Vasen) ist also noch ausschlaggebend und das Kind ist nicht in der Lage, zwei Dimensionen gleichzeitig zu beachten (in diesem Fall Länge der Reihe und



Dichte des Blumenhaufens). In diesem ersten Stadium ist also weder das Herstellen einer Stück-für-Stück-Korrespondenz noch die Fähigkeit zur Invarianz zu beobachten (vgl. Wember 1998, 28).

Das zweite Stadium, auch intuitives Stadium genannt, nimmt eine Übergangsfunktion zwischen dem rein wahrnehmungsorientierten, globalen Vergleich des ersten Stadiums und der Fähigkeit zur Invarianz ein (vgl. Hamel & Tombe 1972, 78). In diesem Stadium können Kinder die Elemente Stück-für-Stück zuordnen und erkennen in dem Zusammenhang auch die Äquivalenz beider Mengen. Wenn aber die Elemente so verschoben werden, dass sie visuell nicht mehr gleichwertig erscheinen, lässt sich ein Kind zu Beginn der zweiten Phase schnell in seinem Urteil (eine Reihe ist länger) verunsichern, während ein Kind im ersten Stadium völlig auf seinem Recht diesbezüglich beharrt. Im weiteren Verlauf der Entwicklung schafft es das Kind, nicht mehr nur auf eine einzige Dimension zu achten, sondern es bezieht auch andere Dimensionen mit ein, wenn auch nicht gleichzeitig. Beispielsweise betrachtet das Kind entweder die Länge oder die Dichte der Reihen, so dass es immer wieder andere Urteile bezüglich der Äquivalenz abgibt. Am Ende des zweiten Stadiums versucht das Kind, die Ausgangslage nach einer Manipulation wieder herzustellen, um sich so die Invarianz der Anzahl selbst handelnd zu verdeutlichen. Laut Piaget ist die Invarianz aber erst dann vollständig begriffen, wenn das Kind die Manipulation nicht selbst ausführen muss und die Invarianz trotzdem erkennt (vgl. Maier 1990, 66).

Dieses Verständnis von Invarianz charakterisiert das dritte Stadium innerhalb der Phase der konkreten Operationen. Das Kind hat nun begriffen, dass die Äquivalenz zweier Mengen auch nach einer Vielzahl von Manipulationen andauert, und es ist in der Lage, eine äquivalente Anzahl zu bilden (Piaget & Szeminska 1969, 90). Zu einem solchen invarianten Urteil ist das Kind fähig, weil es drei Argumente begriffen hat. Das Kind hat verstanden, dass eine Anzahl sich nur verändern kann, wenn etwas dazugegeben oder weggenommen wird. Ansonsten bleibt die Anzahl der Menge identisch (Identitätsargument). Weiterhin hat das Kind begriffen, dass eine vorgenommene Manipulation rückgängig gemacht werden kann. Im



zweiten Stadium erkennt das Kind zwar auch schon, dass eine Rückführung in den Ausgangszustand möglich ist, doch es überwiegt das äußere Erscheinungsbild, das letztlich den Ausschlag für das Urteil des Kindes bildet. Im anschließenden dritten Stadium erkennt das Kind dann sicher, dass alle Manipulationen rückgängig gemacht werden können, also reversibel sind, ohne eine solche Manipulation erst durchführen zu müssen, um sich zu überzeugen (Reversibilitätsargument). Zuletzt ist das Kind nun fähig, verschiedene Dimensionen miteinander zu koordinieren und erkennt somit, dass beispielsweise die Länge der Reihe durch die Dichte kompensiert werden kann (Kompensationsargument) (vgl. Maier 1990, 65f und Ginsburg & Opper 1991, 192).

Seriation und ordinale Korrespondenz

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Zuordnungen behandelt, die eher kardinalen Charakter haben. In diesem Abschnitt möchte ich auf Korrespondenzen mit eher ordinaler Bedeutung eingehen.

Um den ordinalen Aspekt zu untersuchen, legte Piaget seinen Versuchspersonen zehn Puppen in deutlich unterschiedlichen Größen und zehn Spazierstöcke von ebenfalls merklichen Abstufungen vor, so dass diese den Puppen eineindeutig zugeordnet werden konnten (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 135). Piaget unterscheidet hauptsächlich zwischen zwei Operationen mit eher ordinalem Charakter:

- ∅ Seriation (die einfache, qualitative Reihenbildung, z.B. Puppen oder Stäbe der Größe nach ordnen)
- ∅ ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz (zwei korrespondierende Reihen bilden, z.B. Puppen und Spazierstöcke einander zuordnen und gleichzeitig in eine Reihenfolge bringen) (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 135).

Auch bei der Entwicklung der Fähigkeit zur Seriation und zur ordinalen Stück-für-Stück-Korrespondenz konnte Piaget, wie auch bei der Invarianz der Anzahl bzw. der kardinalen Stück-für-Stück-Korrespondenz, drei Stadien der Entwicklung ausmachen, die parallel zu den o.g. verlaufen.



Kinder im ersten Stadium haben zwar eine Vorstellung vom Bilden einer Reihe, aber sie beachten häufig nur ein Ende der Reihe (vgl. Csocsán 2001, 10). Das heißt, selbst wenn die obere Seite einer Reihe, z.B. von Puppen, der Größe nach sortiert zu sein scheint, kann bei der Betrachtung des unteren Endes deutlich werden, dass sich die „Füße“ der Puppen nicht auf derselben Höhe befinden und somit keine korrekte Reihe gebildet wurde. Auch eine ordinale Stück-für-Stück-Korrespondenz ist noch nicht möglich. Sind die Reihen einmal einander zugeordnet und die Elemente anschließend leicht auseinander gezogen worden, erkennen Kinder in diesem Stadium keine Korrespondenz mehr zwischen Puppe und Spazierstock. Eher gibt das Kind die Elemente als zusammengehörig an, die sich am nächsten liegen. Für das Kind ist nur richtig, was es unmittelbar sehen kann, d.h. es beurteilt zwei Reihen entweder als korrespondent, wenn sie als solche erscheinen, oder es gibt eine völlig willkürliche Beurteilung ab (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 137).

Im zweiten Stadium ist es Kindern zwar möglich, die Puppen in einer Reihe zu ordnen, sie benötigen jedoch sehr viele Versuche und arbeiten noch nicht strategisch (vgl. Csocsán 2001, 10). Auch das Bilden einer Korrespondenz zwischen zwei Reihen bereitet noch Schwierigkeiten. Einige Kinder ordnen beispielsweise nur eine Reihe und legen die andere Reihe irgendwie dazu, ohne eine Ordnung zu beachten. Nachdem die Reihen qualitativ leicht verändert, also zusammen oder auseinander geschoben worden sind, versuchen Kinder häufig zu zählen oder den Ausgangszustand der Stück-für-Stück-Zuordnung wiederherzustellen, wobei ihnen immer wieder Fehler unterlaufen (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 137).

Kinder auf dem Niveau des dritten Stadiums können daran erkannt werden, dass sie gezielt eine Reihe bilden und korrespondieren können und nicht mehr nur probieren (vgl. Csocsán 2001, 10 und Piaget & Szeminska 1969, 137). Weiterhin können sie nun auch nach dem Auseinanderziehen einer Reihe sowie beim völligen Durcheinanderbringen beider Mengen direkt die Korrespondenz finden (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 137).



Kardination und Ordination

Wie in Kapitel 1.3.1 erläutert, sind die kardinale und die ordinale Bedeutung der Zahl Piaget und Szeminska (1969, 208) zufolge untrennbar miteinander verbunden und stellen in ihrer Kombination zwei wichtige Aspekte des Zahlbegriffs dar. Für das Kind bedeutet dies, dass beide Aspekte nicht abwechselnd, wie oft in der zweiten Entwicklungsstufe der Fall, sondern gleichzeitig betrachtet und miteinander koordiniert werden müssen (vgl. Maier 1990, 72).

Um diesen Zusammenhang noch einmal gezielt zu untersuchen, haben Piaget und Szeminska (1969, 167) eine Hürdenbahn mit je einer Matte vor und hinter jeder Hürde aufgebaut. Zum einen geht es bei dieser Versuchsanordnung darum, mit Hilfe eines ordinalen Wertes einen kardinalen Wert zu bestimmen. Beispielsweise wird die Frage gestellt, wie viele Matten berührt oder wie viele Hürden übersprungen worden sind, wenn der Turner vor der fünften Hürde (ordinaler Wert) steht. Zum anderen soll mit Hilfe eines kardinalen Wertes ein ordinaler Wert bestimmen werden. Ein Beispiel hierfür ist die Fragestellung, vor welcher Hürde sich der Turner befindet, nachdem er fünf Hürden (kardinaler Wert) übersprungen hat (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 198f).

Auch bei dieser Versuchsanordnung sind drei Stadien auszumachen, welche parallel zu den o.g. verlaufen. Im ersten Stadium ist es den Kindern noch nicht möglich, den ordinalen und kardinalen Charakter der Zahl zu koordinieren. Dies macht sich dadurch bemerkbar, dass das Kind noch nicht von einem gegebenen Rang auf einen bestimmten kardinalen Wert und andersherum nicht von einem bestimmten kardinalen Wert auf den entsprechenden Rang schließen kann (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 198f).

Kinder im zweiten Stadium beginnen langsam, den Zusammenhang zwischen Kardination und Ordination zu begreifen. Allerdings müssen die Reihen in diesem Stadium visuell direkt wahrnehmbar sein, denn das Kind hat noch nicht begriffen, dass die ordinale Zahl immer einem kardinalen Wert entspricht und sich nicht ändert, wenn die Anordnung einer oder beider Reihen geändert wird (vgl. Piaget &



Szeminska 1969, 198f).

Erst im dritten Stadium versteht das Kind den engen Zusammenhang zwischen dem ordinalen und dem kardinalen Charakter einer Zahl (vgl. Piaget & Szeminska 1969, 202).

Klassifikation

Unter Klassifikation wird die Fähigkeit verstanden, „bestimmte Elemente unter einem Oberbegriff zusammenzufassen“ (Csocsán 2001, 10). Nach Piaget und Szeminska (1969, 212) ist die Klassifikation eine wichtige Voraussetzung für das Begreifen der Invarianz und somit eine Voraussetzung für die Entwicklung des Zahlbegriffs.

Um diese Fähigkeit zu überprüfen, haben Piaget und Szeminska (1969, 213) den Versuchspersonen unterschiedlich große Klassen vorgelegt, die in zwei oder mehrere Unterklassen eingeteilt werden können. Beispielsweise wurden den Kindern verschiedenfarbige Formen aus Holz in Form von Quadraten, Dreiecken und Halbringen vorgelegt. Die Kinder sollten diejenigen Gegenstände zusammenlegen, die gleich oder „am meisten gleich“ sind.

Ein Kind im ersten Stadium ordnet die geometrischen Plättchen ohne eine erkennbare Klassifikation an, was Piaget (1969, 211ff) eine „kleine partielle Aneinanderreihung“ nennt. Manchmal findet das Kind zwar eine gemeinsame Eigenschaft, vergisst sie aber im Laufe der Gruppierung wieder und ordnet nach anderen Eigenschaften weiter. Einige Kinder in diesem Stadium ordnen die Elemente auch zu Bildern wie Häusern, Schlangen etc. an (vgl. Ginsburg & Opper 1991, 157).

Im zweiten Stadium sind Kinder in der Lage, Gegenstände nach einer ihnen gemeinsamen definierenden Eigenschaft zu gruppieren (vgl. Ginsburg & Opper 1991, 159). Jedes Element kann eindeutig einer Klasse zugeordnet werden und nicht mehreren gleichzeitig. Die Kinder können die Gruppen sogar hierarchisch



anordnen, d.h. sie bilden von sich aus mehrere Untergruppen. Dennoch haben die Kinder den Begriff der Klassifikation laut Piaget und Szeminska (1969, 211ff) noch nicht vollständig verstanden. Wird ein Kind nämlich in diesem Entwicklungsstadium nach Beziehungen zwischen den einzelnen Unterklassen und zwischen dem Ganzen und den Teilen (Inklusionsbeziehungen) gefragt, ist festzustellen, dass es diese Beziehungen noch nicht erkennt. Liegen dem Kind beispielsweise zehn rote sowie drei blaue Quadrate vor, so antwortet es auf die Frage, von welchen Quadraten mehr da seien, korrekterweise mit rot. Wird es allerdings gefragt, ob mehr rote Quadrate oder Quadrate insgesamt vorlägen, antwortet es in diesem Stadium fälschlicherweise ebenfalls mit rot. Dem Kind ist also noch nicht bewusst, dass ein Teil immer weniger ist als das Ganze.

Das dritte Stadium ist dadurch gekennzeichnet, dass die Kinder hierarchische Klassifikationen erstellen und Inklusionen verstehen können. Das Kind ist nun in der Lage, in den Kategorien des Ganzen und in seinen Teilen zu denken und es zentriert nicht mehr nur eines von beidem. Wie jedoch bei allen anderen Fähigkeiten auch, benötigt das Kind in diesem Stadium noch immer die direkte visuelle Wahrnehmung, um die Klassifikation durchführen zu können (vgl. Ginsburg & Oppen 1991, 163).

Aktuelle Erkenntnisse in Bezug auf Piaget

Die Erkenntnisse Piagets haben zwar auch heute noch eine große Bedeutung, doch wurden Kritik und Ergänzungen bezüglich der Untersuchungen, sowie des Zahlbegriffkonzepts vorgenommen. Einige dieser Aspekte, die ich im Zusammenhang mit der Zahlbegriffsentwicklung für bemerkenswert halte, möchte ich im Folgenden kurz anführen.

Eine weit verbreitete Diskussion ist die des Alters, in dem Kinder die einzelnen Stadien durchschnittlich erreichen. Ginsburg und Oppen (1991, 156) gehen beispielsweise davon aus, dass das erste Stadium zwischen zwei und fünf Jahren erreicht wird, das zweite Stadium mit sieben Jahren und das dritte zwischen sie-



ben und elf Jahren. Brainerd (1979, 193f) zufolge können bereits Vorschulkinder die ersten beiden Stufen erreichen und im Laufe der Grundschulzeit die Fähigkeiten der dritten Stufe erlangen. Fest steht jedoch, dass alle Kinder in der Regel diese Stufen in der angegebenen Reihenfolge durchlaufen und im Regelfall in der ersten Klasse, d.h. auch im mathematischen Anfangsunterricht, das dritte Stadium noch nicht erreicht haben.

Ein weiterer fraglicher Aspekt der Ergebnisse Piagets ist, ob sich Kardinal- und Ordinalzahlbegriff tatsächlich gleichzeitig entwickeln und sich dann im Laufe der Grundschulzeit zum Begriff der natürlichen Zahl integrieren. Diese Fragestellung ist für die Didaktik der Mathematik von großer Bedeutung. Werden Kardinal- und Ordinalzahlaspekte parallel entwickelt, spielt es keine Rolle, in welcher Reihenfolge Eins-zu-Eins-Zuordnungen, Vergleiche von Anzahlen, Reihenbildungen oder Zählverfahren gelehrt werden. Ansonsten sollte der zuerst entwickelte Aspekt natürlich als erstes angesprochen werden. Doch bis zur heutigen Zeit ist diese Diskussion noch nicht beendet (vgl. Wember 1998, 49).

Ein sehr verbreiteter Diskussionspunkt sind die Untersuchungen bezüglich der Invarianz. Heutzutage wird in Frage gestellt, ob „Invarianz tatsächlich [eine] notwendige Voraussetzung für den Erwerb des Zahlbegriffs sei“ (Moser Opitz 2001, 51). Laut aktueller Studien, besonders bezüglich der Zähl- und Zahlkenntnisse, wird teilweise davon ausgegangen, dass ein Zahlkonzept und ein Verständnis von Invarianz bereits besteht, bevor Kinder die Invarianzaufgaben nach Piaget lösen können (vgl. Moser Opitz 2001, 51). Bei dieser Aussage ist allerdings zu berücksichtigen, welches Verständnis des Zahlbegriffs der jeweilige Autor zugrunde legt (vgl. Kapitel 1).

Ausgangspunkt der Untersuchungen Piagets war, dass sich der Zahlbegriff aus dem Begreifen einiger Operationen entwickelt. Moser Opitz (2001, 69) stellt dar, dass dies zwar ein notwendiges, aber kein hinreichendes Kriterium für die Entwicklung des Zahlbegriffs sei. Nötig sei zudem der aktive Umgang mit Zahlen im alltäglichen Leben.



Bedeutung der Erkenntnisse Piagets für Kinder mit Blindheit

Die meisten älteren Untersuchungen bezüglich der Zahlbegriffsentwicklung blinder Kinder beziehen sich auf die Untersuchungen Piagets zum Thema Invarianz (vgl. Kapitel 2.2.2) und wurden für die Anwendung bei blinden Kindern modifiziert. Das Ziel dieser Untersuchungen war meist ein Vergleich der Zahlbegriffsentwicklung zwischen sehenden und blinden Kindern (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 19). Solche Modifikationen der auf Piaget gestützten Untersuchungen bewertet Sauer (1996, 43) insofern als problematisch, als dass nicht auszuschließen ist, dass sich die Aufgabenstellung durch eine solche Adaption verändert. Dennoch konnten einige Rückschlüsse aus diesen Untersuchungen in Bezug auf die Zahlbegriffsentwicklung blinder Kinder gezogen werden.

Beispielsweise konnte immer wieder beobachtet werden, dass sehbehinderte Kinder wesentlich später die sogenannte Erhaltung (Fähigkeit zur Invarianz) beherrschen, als ihre sehenden Altersgenossen. Über den Zeitpunkt des Eintritts der Fähigkeit zur Invarianz sind sich die Autoren jedoch nicht einig. Nach Miller (1969, 103) haben blinde Kinder sogar im Alter von zehn Jahren die Invarianz noch nicht begriffen, während Lister u.a. (1989, 211ff) hingegen schon im Alter von neun Jahren keinen Unterschied mehr zwischen sehenden und blinden Kindern bezüglich der Invarianz feststellen konnten. Wan-Lin und Tait (1987, 423ff) haben sehr differenziert festgestellt, dass blinde Kinder die Invarianz im Durchschnitt etwa vier Jahre später begreifen als sehende Kinder, dass sie diese aber ebenso lernen können. Es gibt verschiedene Formen von Erhaltung (Gewicht, Volumen,...) und die Kinder entwickeln sie abhängig von den Angeboten in ihrer Umgebung und ihren Wahrnehmungsbedingungen unterschiedlich schnell. Solche Differenzen können auf unterschiedliche Begriffe von Invarianz und auf ein sehr unterschiedliches Testinstrumentarium zurückzuführen sein. Zusammenfassend ist jedoch festzuhalten, dass blinde Kinder zwar ebenso die Fähigkeit zur Erhaltung entwickeln und dieselben Entwicklungsstufen durchlaufen, jedoch im Durchschnitt langsamer sind als sehende Kinder (vgl. Csocsán u.a. 2002, 25).



2.3 Zahlerfahrung blinder Kinder

Wie sehende Kinder in welchem Alter bzw. in welchem Stadium mit Zahlen umgehen und diese erfahren, wurde im vorangegangenen Unterkapitel vorgestellt. Wie aber gehen blinde Kinder mit Zahlen um? Wie erfahren sie die Zahlen bzw. wie entwickeln sie den Zahlbegriff? Fest steht, dass blinde Kinder den Zahlbegriff insgesamt ein wenig langsamer entwickeln als sehende Kinder. In Kapitel 2.2.4 wurde deutlich, dass ein direkter Vergleich der Zahlerfahrungen blinder und sehender Kinder mit Hilfe der Aufgaben von Piaget kaum Sinn ergibt, da diese vorwiegend visuell ausgerichtet sind. Ahlberg und Csocsán haben daher eine Vielzahl blinder Kinder mit unterschiedlichen Aufgabenstellungen konfrontiert, welche nicht direkt aus Piagets Versuchsanordnungen hervorgingen, sondern direkt für blinde Kinder entwickelt wurden. Dabei konnten sie unterschiedliche Vorgehensweisen bezüglich des Umgangs mit Zahlen beobachten, die auf verschiedene Stadien auf dem Weg zum Verständnis des Zahlbegriffs hinweisen.

Beim Lösen aller mathematischen Probleme sind blinde Kinder im Prinzip auf dieselbe Weise mit Zahlen umgegangen. Ahlberg und Csocsán (1999, 553) zählen folgende Wege auf:

- Ø Zahlwort nennen
- Ø schätzen
- Ø zählen
- Ø Operationen darstellen
- Ø Zahlfakten verwenden.

In anderen Veröffentlichungen, wie beispielsweise in Csocsán, Hogefeld und Terbrack (2001, 292) wird der Punkt „Operationen darstellen“ noch einmal in „gruppieren“ und „strukturieren“ aufgespalten. Da dieser Unterschied im Umgang mit Zahlen meiner Ansicht nach kaum zu beobachten ist, sollen diese beiden Punkte in der vorliegenden Arbeit unter einem Oberbegriff zusammengefasst werden. Auch Ahlberg und Csocsán (1997, 5), Csocsán (2001, 31) oder Csocsán u.a. (2002, 29ff) fassen die beiden Punkte „gruppieren“ und „strukturieren“, zu-



sammen zu „Operationen darstellen“. Andere Veröffentlichungen, wie Ahlberg und Csocsán (1994, 3 oder 1996, 108f) reduzieren die Wege, mit Zahlen umzugehen, insgesamt auf nur drei Aspekte: Schätzen, Zählen und Strukturieren. Meiner Ansicht nach ist es jedoch sinnvoll, das „Zahlwort nennen“ als eine sehr frühe Stufe der Zahlbegriffsentwicklung mit einzubeziehen. Zwar wird dieses Verfahren meist ausschließlich von sehr jungen Kindern verwendet, doch ist es auch bei älteren Kindern beobachtet worden, wenn sie mit sehr großen Zahlen konfrontiert wurden und ihnen die Aufgabe als nicht mehr zu bewältigen erschien (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 15). Auch das Verwenden von Zahlfakten ist ein sehr weit verbreitetes Phänomen, was insofern von großer Bedeutung ist, als dass diese Methode einen Zahlbegriff vortäuschen kann, der noch nicht vorhanden ist, indem entsprechende Aufgaben „auswendig“ gelöst werden.

Aus diesen verschiedenen Umgangsweisen mit Zahlen haben Csocsán und Ahlberg (1997, 12) abgeleitet, wie blinde Kinder Zahlen verstehen. Auch bei der Beschreibung dieses Verständnisses von Zahlen sind in den unterschiedlichen Veröffentlichungen verschiedene Versionen zu finden, die jedoch im Prinzip alle dasselbe aussagen. Kinder erfahren die Zahlen zunächst ausschließlich als Zahlwörter, dann als Ausdehnung/ Extent, anschließend als Position in einer Reihe und schließlich als gruppierte und strukturierte Einheit (vgl. Csocsán & Hogefeld & Terbrack 2001, 31). In einigen Veröffentlichungen, beispielsweise in Ahlberg & Csocsán (1997, 2 und 1999, 553) und in Csocsán u.a. (2002, 36), werden die letzten beiden Stadien der strukturierten und der gruppierten Einheiten zur „zusammengesetzten Einheit“ zusammengefasst. Die Aufteilung in „gruppierte Einheit“ und „strukturierte Einheit“ halte ich an dieser Stelle jedoch insofern für sinnvoll, als dass eine Gruppierung von Zahlen noch keinen Überblick, keine Strukturierung voraussetzt.

Diese Wege, mit Zahlen umzugehen, sowie die Wege, wie Kinder die Zahlen verstehen, werden zunächst in Tabelle 2 dargestellt, um sie dann auch im Zusammenhang mit den gestellten Aufgaben genauer zu erläutern. In der nachfolgenden Tabelle stellt ein weißes Feld das vorwiegend vorliegende Zahlverständnis bei



der entsprechenden Methode dar, während grau unterlegte Felder eine eher nachrangige Bedeutung haben.

Möglichkeiten des Umgangs mit Zahlen	Verständnis				
	Zahlwort	Extent/ Ausdehnung	Position in der Reihe	gruppierte Einheit	strukturierte Einheit
Zahlwort nennen					
zufällige Zahlwörter nennen	X				
gleiche Zahlwörter nennen	X				
aufeinander folgende Zahlen nennen	X				
Schätzen	X	X			
Zählen					
Doppelt Zählen	X		X		
Hören	X	X	X	X	X
Operationen darstellen					
Eins zu eins	X	X	X		
Gruppieren	X	X	X	X	
Abgeleitete Fakten	X	X	X	X	X
Zahlfakten verwenden	X	X	X	X	X

Tabelle 2: Umgang mit und Verständnis von Zahlen bei blinden Kindern (leicht verändert aus Ahlberg & Csocsán 1997, 32).

Der erste Weg, mit Zahlen umzugehen, ist, das Zahlwort zu nennen. Bei dieser Umgangsweise mit Zahlen, welche besonders häufig bei jungen Kindern zu beobachten ist, haben Kinder noch nicht verstanden, dass ein Zahlwort etwas über die Anzahl einer Menge aussagen kann und sie interessieren sich entsprechend auch nicht für eine genaue Bestimmung der Anzahl. Sie zählen nicht und wenden keine bestimmte Strategie an und erfahren Zahlen als Zahlwörter, ohne eine besondere Bedeutung im Kontext der Aufgabe in ihnen zu sehen. Bei diesem Verfahren konnten drei unterschiedliche Kategorien beobachtet werden: Einige Kinder nennen zufällige Zahlwörter, die ihnen gerade einfallen, d.h. sie haben das Zählprinzip der stabilen Reihenfolge noch nicht verstanden (vgl. Kap. 2.4.1). Auch die Relation „Teile im Ganzen“ ist ihnen noch völlig fremd. Eine weitere Methode ist, lediglich dieselben Zahlwörter zu wiederholen, die in der Aufgabenstellung genannt wurden. Andere Kinder haben zwar die Zahlwortreihe im Blick, nennen aber lediglich den Nachfolger einer in der Aufgabe genannten Zahl (vgl. Ahlberg & Csocsán 1999, 555 und 1997, 13ff).

Eine weitere Strategie, die Ahlberg und Csocsán (1997, 16ff und 1999, 554f),



wenn auch recht selten, beobachten konnten, ist das Schätzen, d.h. die Kinder geben Antworten, die erkennen lassen, dass sie das Problem verstanden haben. Die Antworten befinden sich zwar meist in einem realistischen Zahlenraum nahe der korrekten Lösung, doch eine richtige Antwort ist eher zufällig. Die Kinder interessieren sich noch nicht für die exakte Lösung der Aufgabe, ein Annäherungswert reicht ihnen. Kinder, die auf diese Weise mit Zahlen umgehen, haben bereits eine vage Vorstellung von der Kardinalität der Zahlen. Sie erfahren die Zahl in erster Linie als eine „Ausdehnung“, d.h. sie verstehen eine Zahl nicht mehr nur als beliebiges Wort, sondern haben schon eine, wenn auch ungenaue, Vorstellung von dem Begriff der Zahl und der Relation „Teile im Ganzen“. Jedoch haben sie noch nicht begriffen, was „Zählen“ bedeutet (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 18).

Bei der Strategie Zählen interessieren sich Kinder erstmals für die genaue Anzahl. Innerhalb dieser Methode unterscheiden Csocsán und Ahlberg (1997, 19) zwei verschiedene Strategien: „Doppelt Zählen“ und „Hören“. Viele der getesteten Kinder haben Schwierigkeiten, sich die Anzahl der bereits gezählten Zahlen zu merken. Aus diesem Grunde zählen sie in zwei Zahlreihen, entweder an einer Zahlreihe hinauf und an der anderen herunter (z.B. zählen sie bei der Aufgabe $13 + 5$: $14/5$, $15/4$, $16/3$, $17/2$, $18/1$) oder an beiden Zahlreihen hinauf (z.B. bei $13 + 5$ zählen sie $14/1$, $15/2$, $16/3$, $17/4$, $18/5$). Dieses so genannte Doppelt Zählen erfordert eine hohe Abstraktions- und eine enorme Konzentrationsfähigkeit, was sich darin äußert, dass die Kinder während des Zählens Fehler machen oder den Faden verlieren. Dieses schwierige Verfahren könnte evtl. das Fingerzählen sehender Kinder ersetzen (vgl. Kapitel 2.4.4). Kinder, die auf diese Weise mit Zahlen umgehen, erfahren Zahlen als Zahlwörter, hauptsächlich aber als Position in einer Reihe, da sie die Zahlwortreihe beim Zählen aufsagen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 21f).

Nach einiger Übung des Doppelt Zählens sind manche Kinder dazu in der Lage, das laute Nennen einer Reihe durch Kopfnicken o.ä. zu ersetzen und in nur einer Zahlenreihe zu zählen. Sie hören dann die Anzahl der gezählten Zahlwörter. Das



Verfahren „Zählen und Hören“ verwendeten die getesteten blinden Kinder jeden Alters am häufigsten (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 19f).

Ein weiterer Weg, mit Zahlen umzugehen, ist das Darstellen von Operationen, d.h. das Addieren oder Subtrahieren von Zahlen. Innerhalb dieser Strategie zählen einige Kinder eins zu eins. Bei der Aufgabe 9-5 zählen sie beispielsweise 6, 7, 8, 9. Die Kinder hören vier Zahlen, also ist die Antwort der Aufgabe vier. Eine weitere Möglichkeit, Operationen darzustellen, ist das Gruppieren. Bei der Aufgabe 19-12 zählen sie beispielsweise 13, 14, 15 (das sind drei Zahlen) 16, 17 (zwei Zahlen), 18, 19 (wieder zwei Zahlen); insgesamt ergibt 19-12 also $3+2+2=7$. In diesem Beispiel hat das Kind die Zahl in Zweier und Dreier gruppiert (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 19f). Dabei erfahren Kinder die Zahlen als eine gruppierte Einheit, d.h. sie haben begriffen, dass eine Zahl in kleinere Teile zerlegt werden kann, haben also die Relation „Teile im Ganzen“ erfasst. Eine dritte Methode, Operationen darzustellen, ist das Ableiten von Fakten, d.h. dass Kinder bei dieser Methode einige Fakten (z.B. Dopplungszahlen) auswendig wissen und diese in ihre Rechnungen mit einbeziehen. Dabei konzentrieren sich die Kinder nicht auf die Zahlwortreihe oder auf einzelne Komponenten der Aufgabe, sondern auf die Beziehung zwischen dem Ganzen und den Teilen. Zahlen sind für sie strukturierbar. Dieses Verfahren wird aber von blinden Schülern recht selten verwendet (vgl. Ahlberg & Csocsán 1999, 556f).

Eine letzte Strategie, die Ahlberg und Csocsán (1997, 29f) beobachtet haben, ist das Verwenden von Fakten. Zwei Niveaus des Verständnisses kennzeichnen diese Strategie. Einige Kinder haben zwar Fakten auswendig gelernt, haben aber die Relation „Teile im Ganzen“ und die Struktur der Zahlen noch nicht verstanden. Dabei erfahren Kinder die Zahl einfach nur als ein Zahlwort, ohne die weiteren Bedeutungen einer Zahl begriffen zu haben. Andere Kinder haben jedoch Zahlfakten auswendig gelernt *und* die Bedeutungen der Zahl verstanden und können somit die Aufgabenstellung begreifen, das „richtige“ Faktenwissen anwenden und in der Regel eine korrekte Antwort geben (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 30). Dieses Verfahren wurde eher von älteren Kindern verwendet und auch mit Abstand



am häufigsten, nämlich zu ca. 35%, zum Lösen der gestellten Probleme gebraucht (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 31).

Diese Wege, mit Zahlen umzugehen, schließen einander nicht aus. Je nach Situation und Aufgabenstellung bevorzugen Kinder einzelne Strategien gegenüber anderen. Wenn sich Kinder unsicher bei der Bearbeitung einzelner Aufgaben sind, beispielsweise weil ihnen der Zahlenraum zu unüberschaubar erscheint, nutzen sie eher Strategien, die weniger kompliziert sind und weniger Zahlverständnis erfordern (vgl. Ahlberg & Csocsán 1997, 31).

2.4 Entwicklung des Zählens bei blinden und sehenden Kindern

Wie aus Kapitel 2.3 hervorgeht, wird das Zählen mittlerweile als eine sehr wichtige Fähigkeit in Bezug auf die Entwicklung des Zahlbegriffs bei blinden, aber auch bei sehenden Kindern betrachtet. Es gilt als erwiesen, dass das Zählen der Entwicklung des Invarianz-Begriffs voraus geht, doch ob es eine notwendige Voraussetzung darstellt, ist noch unklar. Denkbar wäre auch, dass es unterschiedliche Wege zur Entwicklung der Invarianz gibt, von denen einer das Zählen sein könnte (vgl. Maier 1990, 104).

Aufgrund der großen Bedeutung des Zählens für die Entwicklung des Zahlbegriffs möchte ich in Kapitel 2.4.1 auf das Zählen und die Zählentwicklung eingehen. Da blinde Menschen im Gegensatz zu sehenden sehr viele Eindrücke über das Tasten und den auditiven Sinneskanal erfahren, gehe ich in Kapitel 2.4.2 auf die Bedeutung der auditiven Wahrnehmung bei blinden Kindern ein. In Kapitel 2.4.3 wird die Bedeutung der akustischen Wahrnehmung beschrieben. Zuletzt wird in Kapitel 2.4.4 die Bedeutung der Finger beim Zählen dargestellt, da diesen in den letzten Jahren immer mehr Bedeutung bei der Zählentwicklung zugesprochen wird.



Zählen, Zählentwicklung und Zahlbegriff

Bis in das 19. Jahrhundert hinein hat man sich bei der Entwicklung des Zahlbegriffs im mathematischen Anfangsunterricht fast ausschließlich auf die Zählmethode beschränkt (vgl. Kapitel 1.3). Piaget stellte jedoch heraus, dass das Zählen allein noch nicht den Zahlbegriff ausmacht, da es für ihn nur das Aufsagen der auswendig gelernten Zahlwortreihe darstellte. Infolge dessen wurde das Zählen fast vollständig aus dem mathematischen Anfangsunterricht verbannt. Dabei ist jedoch nicht bedacht worden, welche Rolle es bei der Entwicklung des Zahlbegriffs einnehmen könnte. Heute wird das Zählen als eine wichtige, aber nicht als einzige Voraussetzung für die Entwicklung des Zahlbegriffs angesehen (vgl. Mayer 1990, 101).

Gelman und Gallistel (1978, 77ff) haben fünf Prinzipien formuliert, durch welche das Zählen charakterisiert werden.

- Ø **Prinzip der stabilen Ordnung:** Die Liste der Zahlworte hat eine feste Ordnung, d.h. die Folge der Zählzahlen muss immer die gleiche sein.
- Ø **Eineindeutigkeitsprinzip:** Jedem der zu zählenden Gegenstände darf nur ein Zahlwort zugeordnet werden.
- Ø **Kardinalzahlprinzip:** Die zuletzt benutzte Zahl im Abzählprozess bestimmt die Anzahl der Elemente einer Menge.
- Ø **Abstraktions-Prinzip:** Alle beliebigen Elemente – gleichgültig, welche qualitativen Merkmale sie haben – können zu einer Menge zusammengefasst werden.
- Ø **Prinzip der beliebigen Reihenfolge:** Die Reihenfolge, in der die Elemente einer Menge abgezählt werden, und die Anordnung der zu zählenden Elemente sind für das Zählergebnis irrelevant (vgl. Gelman & Gallistel 1978, 77ff).

Nach Fuson (1992, 141) entwickelt sich das Zählen bei Kindern in fünf Schritten. Nachdem das Kind nur den Anfang der Zahlwortreihe korrekt aufsagen kann und dann willkürlich Zahlen nennt (vgl. Radatz 1982, 159), hat das Kind in der ersten Phase nach Fuson (1992, 141) die stabile Reihenfolge der Zahlworte verstanden



und kann die Zahlwortreihe auswendig aufsagen. Erst später werden die einzelnen Worte voneinander getrennt, so dass eine Eins-zu-Eins-Zuordnung der Zahlen zu Gegenständen möglich ist. Eine Anzahl kann nun erstmalig durch Zählen erfasst werden. In einem nächsten Schritt lernt das Kind, von einem Zahlwort aus weiter zu zählen. Dies impliziert, dass das Kind den Zusammenhang zwischen Kardinalzahl und Zählzahl verstanden hat und anwenden kann. Kinder, welche die vierte Phase nach Fuson erreicht haben, können die konkreten Gegenstände, die sie bisher zum Zählen benötigten, bereits durch Zahlwörter ersetzen, so dass kein konkretes Anschauungsmaterial mehr zum zählenden Rechnen nötig ist. Zuletzt ist das Kind auch in der Lage, Beziehungen zwischen Zahlen zu erkennen und diese beim Zählen und Rechnen zu nutzen (vgl. Fuson 1992, 141).

Untersuchungen ergaben, dass Kinder Invarianzaufgaben eher durch Zählen lösen als durch die Methode der Stück-für-Stück-Korrespondenz. Aber ob das Zählen eine wirklich notwendige Voraussetzung für die Entwicklung des Invarianzbegriffs darstellt, ist nach wie vor fraglich (vgl. Maier 1990, 104). Das Zählen gilt insgesamt als eine wichtige Voraussetzung für die Entwicklung des Zahlbegriffs, doch sollten sich Rechenanfänger mit der Zeit vom zählenden Rechnen lösen (vgl. Schipper 1996, 26f). Hasemann (2001, 53ff) stellt heraus, dass sich Unterschiede zwischen leistungsstarken und leistungsschwachen Schülern durch diejenige Strategie bemerkbar machten, die sie für das Lösen einer Aufgabe verwenden. Dabei ist aufgefallen, dass Kinder, die lediglich durch Zusammenzählen addieren, insgesamt leistungsschwächer sind als solche, die sicher und flexibel mit der Zahlwortreihe umgehen können und sich die effektivste sowie sicherste Lösungsstrategie für das Lösen einer Aufgabe aus ihrem eigenen Repertoire aussuchen können. Wie wichtig die Berücksichtigung dieser Ablösung vom zählenden Rechnen im Grundschulalter ist, zeigt sich in einer Untersuchung, die zwischen 1981 und 1996 an der Universität Bielefeld durchgeführt wurde, nach der 80-90% der Kinder mit Lernschwierigkeiten auch im dritten, vierten und fünften Schuljahr noch in jeder Situation zählen müssen, um eine Aufgabe zu lösen (vgl. Schipper 1996, 26). Dies kann v.a. beim Umgang mit sehr großen Zahlen zu er-



heblichen Schwierigkeiten führen.

Bedeutung der haptischen Wahrnehmung für die Zählentwicklung blinder Kinder

In diesem Kapitel möchte ich vorab kurz auf das Tasten blinder Menschen im Allgemeinen eingehen, um darauf aufbauend die Zählentwicklung im Zusammenhang mit dem Tasten zu beschreiben.

Die Bedeutung des Tastens für blinde Menschen

Das Tasten gilt für blinde Menschen neben dem Hören als wichtigster Wahrnehmungskanal für die Aufnahme von Reizen aus der Umwelt (vgl. Kultusminister des Landes NRW 1981, 7). Die Informationen, die sich aus dem Tasten ergeben, kommen jedoch nicht ausschließlich von den taktilen Informationen der Haut. Vielmehr werden alle Informationen, die uns über Wahrnehmungsorgane bzw. Rezeptoren erreichen, im Gehirn zusammengeführt, geordnet und strukturiert, damit sie sinnvoll und aufeinander abgestimmt genutzt werden können. Diese Organisation aller Sinneswahrnehmungen nennen Spitzer und Lange (1988, 20f) Haptik, während von taktiler Wahrnehmung gesprochen wird, wenn lediglich die Wahrnehmung über die Haut gemeint ist. Diese Definition von haptischer und taktiler Wahrnehmung ist jedoch nicht einheitlich. In der vorliegenden Arbeit möchte ich von der aufgeführten Definition ausgehen, um begriffliche Missverständnisse zu vermeiden.

Die Frage, die sich in Bezug auf blinde Kinder in der Schule stellt, ist, wie blinde Menschen in der Regel tasten bzw. tasten sollten, um möglichst viele Informationen aufnehmen zu können. Wichtig ist zunächst, dass beide Hände gebraucht werden. Die Hände sollten nicht ohne Bewegung auf dem zu ertastenden Gegenstand liegen, sondern durch die Aktivität der Finger den Gegenstand erkunden (vgl. Katz 1925, 264). Diese Bewegungen lösen Reize aus, wodurch Informationen übermittelt werden, die in den Wahrnehmungsprozess mit einfließen. Dieser ist wiederum Voraussetzung für eine neue, der Umwelt angepassten Be-



wegung. Festzuhalten ist demnach, dass Sinneseindrücke und motorische Aktionen eine untrennbare funktionelle Einheit darstellen (vgl. Cicurs & Zimmer 1995, 82f). Lehmann (1993, 11f) nennt dieses Tasten mit Bewegung „aktives Tasten“. Im Gegensatz dazu steht das „passive Tasten“, welches weniger der Aufnahme von Informationen dient als vielmehr der Wahrnehmung unterschiedlicher Empfindungen ohne Bewegung, beispielsweise von Temperatur oder Druck von außen.

Der Vorgang des Tastens kann in zwei unterschiedliche Kategorien aufgeteilt werden. Beim „orientierenden Tasten“ wird das Objekt überblickhaft in Bezug auf die grobe Gestalt, deren Anordnung und Ausdehnung ertastet. Das „erkennende Tasten“ dient der Erfahrung von Details und Zusammenhängen (vgl. Fromm 1993, 384).

Der Tastvorgang ist keinesfalls chaotisch, sondern ein systematischer Vorgang, der Bewegungsstrukturen aufweist, die bei den meisten Menschen zu beobachten sind. Lederman und Klatzky (1994, 26f) konnten diesbezüglich acht Bewegungsmuster beobachten, die für das Ertasten unterschiedlicher Eigenschaften gebraucht werden.

- Ø Die Finger streichen über die Oberfläche, um ihre Beschaffenheit zu untersuchen.
- Ø Es wird Druck ausgeübt, um die Härte zu testen.
- Ø Handflächen werden aufgelegt, um die Temperatur zu bestimmen.
- Ø Um das Gewicht zu überprüfen, wird der Gegenstand hochgehoben.
- Ø Der Gegenstand wird umfasst, um einen Eindruck des Volumens zu erhalten.
- Ø Die Konturen werden mit den Fingern umfahren, um die Gestalt zu erkennen.
- Ø Es wird geprüft, ob der Gegenstand bestimmte Funktionen erfüllt.
- Ø Die Beweglichkeit der Teile wird untersucht.

Der tastende Mensch wählt diejenigen Bewegungsmuster aus, die er für die Untersuchung des vorliegenden Gegenstandes benötigt. Dabei ist es auch möglich, verschiedene Eigenschaften gleichzeitig mit Hilfe nur eines Bewegungsmusters



zu ertasten. So kann durch das Auflegen der Handfläche nicht nur die Temperatur bestimmt werden, sondern durch das Ausüben von Druck ebenso die Härte (vgl. Lederman & Klatzky 1994, 26ff).

Diese Betrachtung des Tastvorgangs ist insofern von Bedeutung, als dass blinde Kinder meist noch keine effektive Tasttechnik entwickelt haben und infolgedessen nicht alle Informationen optimal erhalten können. Sehr häufig ist beispielsweise zu beobachten, dass Kinder zu Beginn nur eine Hand zum Tasten verwenden (vgl. Ahlberg & Csocsán 1996, 106). Im Folgenden soll die Zählentwicklung blinder Kinder auf der Grundlage des Tastens verdeutlicht werden.

Tasten und Zählen

Sehende Kinder erfahren die Zahlen hauptsächlich durch das Sehen von und den handelnden Umgang mit verschiedenen Materialien, was eine wichtige Voraussetzung für die Entwicklung des Zahlbegriffs darstellt. Blinde Kinder hingegen erreichen dies häufig durch taktile Erfahrungen. Wie aber zählen blinde Kinder im Alter von sieben oder acht Jahren? Diese Frage möchte ich im Laufe des Kapitels beantworten. Zwei sehr ähnlich aufgebaute Studien scheinen mir in diesem Zusammenhang von Bedeutung zu sein. Sicilian veröffentlichte 1988 eine Untersuchung, in der 24 geburtsblinde Kinder im Alter zwischen drei und dreizehn Jahren feste und bewegliche Objekte zählen sollten. In dieser Untersuchung wird die Entwicklung der Zählstrategien blinder Kinder deutlich. Ahlberg und Csocsán (1994) hingegen legten ihr Hauptaugenmerk auf die Altersgruppe zwischen fünf und sieben Jahren. Da in diesem Alter der Erstrechenunterricht stattfindet, dem in dieser Arbeit aufgrund der Zahlbegriffsentwicklung eine besondere Bedeutung zukommt, sollen auch Ergebnisse dieser Untersuchung vorgestellt werden.

Sicilian (1988, 331ff) zeigt drei Entwicklungsstufen auf, in denen blinde Kinder Gegenstände mit Hilfe haptischer Eindrücke zählen. In der ersten Phase haben die Kinder die so genannte Scanning-Strategie noch nicht entwickelt. Hiermit ist gemeint, dass das Kind sofort zu zählen anfängt, wenn es das erste Objekt berührt hat, ohne sich vorher einen Überblick über die zu zählende Menge ver-



schaft zu haben. Es zählt die Objekte noch nicht organisiert, was sich beim Zählen von beweglichen Objekten z.B. darin äußert, dass es die einzelnen Elemente noch nicht bewegt, um gezählte von ungezählten Objekten trennen zu können. Zudem ist das Kind in diesem Stadium nicht in der Lage, beim Zählen auf einzelne Elemente zu zeigen, sondern berührt einzelne Objekte, ohne sie jedoch eins zu eins den Zahlwörtern zuordnen zu können.

Die zweite Entwicklungsstufe ist dadurch gekennzeichnet, dass das Kind zwar schon zum „scannen“ in der Lage ist, diese Strategie jedoch noch nicht effektiv einsetzen kann, d.h. es untersucht die Objekte zwar vor dem Zählen, aber noch auf unsystematische Weise. Das Kind folgt in dieser Entwicklungsstufe zwar dem vorgegebenen Muster bei festen Objekten, doch fängt es aufgrund der noch mangelnden Übersicht nicht bei einem bestimmten Punkt an, den es sich merken kann. Beim Zählen beweglicher Objekte ordnet das Kind jedem einzelnen Objekt zwar schon eins-zu-eins ein Zahlwort zu, doch hat es noch keine Strategie entwickelt, wie es vermeiden kann, einige Objekte wiederholt zu zählen.

Zu all diesem ist ein Kind auf der dritten Entwicklungsstufe in der Lage. Es untersucht das Objekt systematisch, bevor es mit dem Zählen beginnt, nutzt dabei vorgegebene Muster aus und kann gezählte und nicht gezählte Objekte voneinander trennen (vgl. Sicilian 1988, 331ff).

Bei diesen Stadien nach Sicilian ist meiner Ansicht nach eine Parallele zu den drei Stadien der Zahlbegriffsentwicklung nach Piaget zu finden. Im ersten Stadium geht das Kind noch willkürlich mit der Zahl um und ist noch völlig auf Äußerlichkeiten fixiert. Im zweiten Stadium ist das Kind zwar beispielsweise bereits in der Lage, Invarianzaufgaben zu lösen bzw. Elemente zu zählen, jedoch noch in unsystematischer Weise. Erst im dritten Stadium ist das Kind dann zur Invarianz bzw. zum organisierten Zählen in der Lage.

Bei dem Versuch von Ahlberg und Csocsán (1994) sollten 27 blinde Kinder im Alter von fünf bis sieben Jahren sowohl bewegliche als auch unbewegliche Objekte zählen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 33). Sie beobachteten ebenfalls eine



Entwicklung von Zählstrategien, doch aufgrund der untersuchten Altersstufe befanden sich diese Kinder bereits in der zweiten oder gar dritten Entwicklungsstufe nach Sicilian, d.h. die Kinder waren mehr oder weniger zum „Scannen“ in der Lage. Ahlberg und Csocsán (1994, 38ff) verstehen die benutzten Strategien in Abhängigkeit von entsprechenden Stadien des Zahlverständnisses.

Bei der ersten Strategie, der Zählmethode, ertasteten die Kinder ein Element nach dem anderen, sowohl mit einer Hand als auch mit beiden Händen. Das Zählen mit nur einer Hand ist insofern nicht so erfolgreich, als dass diese Strategie keine Systematik beinhaltet und so Fehler beim Unterscheiden der gezählten und nicht gezählten Elemente gemacht werden. Beim Zählen mit zwei Händen konnten verschiedene Systeme beobachtet werden, so z.B., wie eine Hand der anderen systematisch folgte, wodurch die gezählten Elemente von den noch nicht gezählten auseinander gehalten werden konnten oder beide Hände gleichzeitig zählten. Wenn Kinder diese Strategie nutzen, macht das deutlich, dass sie alle Elemente der Menge als einzeln stehend begreifen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 38ff und 1996, 108).

Bei der zweiten Strategie, dem Zählen und Gruppieren, benutzten die Kinder stets beide Hände. Einige Kinder haben zuerst, wie oben beschrieben, gezählt und sich dann einen simultanen Eindruck der Elemente verschafft, indem sie die Menge so in zwei Teile gruppieren, dass die Finger beider Hände die Anzahl erfassen konnten. Andere Kinder gruppieren zuerst, um dann ein Element nach dem anderen zu zählen. Wenn Kinder diese Strategie benutzen, macht das deutlich, dass sie die Elemente nicht mehr nur als einzelne Objekte begreifen, sondern auch als gruppierbar verstehen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 39ff).

Machen Kinder von der letzten Strategie, dem Strukturieren, Gebrauch, beweisen sie ein Verständnis für die Relation „Teile im Ganzen“. Sie strukturieren die Menge zuerst und können dann, ohne zu zählen, die Anzahl der Elemente bestimmen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 41).



Diese Strategien nach Ahlberg und Csocsán (1994) sind nicht als aufeinanderfolgende Phasen zu verstehen, vielmehr ist die Strategie, die das Kind benutzt, vom Kontext der Aufgaben abhängig. Bekannte Aufgaben kann es mit einer Strategie lösen, die es schnell ans Ziel bringt, da es die Aufgabe überblickt und sich auf die verwendete Strategie konzentrieren kann. Unbekannte, schwierige Aufgaben wird es statt dessen wahrscheinlich eher mit Hilfe einer „leichteren“ Strategie lösen, die es sicher beherrscht, um überhaupt die Lösung der Aufgabe zu finden. Dies ist beispielsweise häufig bei Aufgabenstellungen mit größeren Zahlen zu beobachten (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 41).

Auf diesem Weg zum Strukturieren und dem Erfassen der Relation „Teile im Ganzen“ ist das Durchlaufen der Stadien wichtig, um überhaupt zu lernen, beide Hände zu benutzen, um dann die Elemente simultan erfassen, gruppieren und schließlich strukturieren zu können. Diese Erfahrungen können von großer Bedeutung für die Entwicklung des Zahlbegriffs sein (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 40f).

Bedeutung der auditiven Wahrnehmung für die Zählentwicklung blinder Kinder

Wie in Kapitel 2.3 deutlich geworden ist, nutzen die meisten blinden Kinder, deren Zahlbegriff ausreichend entwickelt ist, das Hören beim Lösen von mathematischen Aufgabenstellungen. Aufgrund der großen Bedeutung des Hörens, insbesondere für blinde Kinder, soll diese Thematik intensiver diskutiert werden.

Blinde Menschen nehmen einen sehr großen Teil der Informationen aus der Umwelt über das Gehör auf. Dabei handelt es sich nicht nur um den Umgang mit Mitmenschen, sondern auch als Hilfe zur Mobilität sind hörbare Informationen von großer Bedeutung. Viele blinde Menschen orientieren sich z.B. am Schall, um großen Hindernissen (Mauern etc.) ausweichen zu können (vgl. Kuhlmann & Frebel 2001, 55). Diese Überlegungen machen die enorme Bedeutung des Gehörs für einen blinden Menschen und damit auch für seine (mathematische) Entwicklung deutlich. Vielen Kindern fällt es schwer, ausschließlich über taktile Erfah-



rungen zu lernen, während sie mit auditiven Zahldarstellungen sehr gut umgehen können (vgl. Csocsán 2001, 48). Einige Kinder benutzen beim Zählen insofern ihr Gehör, als dass sie die einzelnen Objekte (z.B. Münzen) auf den Tisch fallen lassen und die Klänge zusätzlich zu den taktilen Informationen zum Zählen verwenden (vgl. Csocsán u.a. 2002, 36).

Die Bedeutung des Gehörs bei blinden Menschen wurde schon vielfach untersucht. Um die Menge von Untersuchungsergebnissen zusammenzufassen, vergleicht Miller (1992, 206ff) zwanzig Studien zu diesem Thema und stellt fest, dass blinde Menschen bei einer deutlichen Mehrzahl der Untersuchungen ein besseres akustisches Kurzzeitgedächtnis aufweisen als sehende Menschen. Auch erzielen blinde Menschen im Durchschnitt bessere Ergebnisse als Menschen mit einer Sehbehinderung (vgl. Csocsán 2001, 51). Dies macht sich beispielsweise bei der Fähigkeit des „subitizing“ bemerkbar. Während sehende Kinder maximal sieben Einheiten gleichzeitig durch Hören erfassen können, sind blinde Kinder in der Lage, sogar bis zu zehn Elemente akustisch wahrzunehmen (vgl. Ahlberg & Csocsán 1999, 559). Aufgrund der Ergebnisse dieser Studien vermutet Csocsán (2001, 50), dass die meisten blinden Kinder die Relation „Teile im Ganzen“ durch einen so genannten interiorisierten akustischen „Zahlenstrahl“ entwickeln. Das heißt, dass die Reihe der Zahlwörter für blinde Kinder Elemente einer hörbaren Menge sind, die sie simultan wahrnehmen können. Sie nehmen die Zahlen wahr, die sie im Moment hören, haben aber gleichzeitig auch die Elemente „im Ohr“, die sie kurz zuvor wahrgenommen haben, und ahnen gleichzeitig die noch kommenden Zahlen. Csocsán (2001, 51) vergleicht diese Zahlerfahrung des „akustischen Zahlenstrahls“ mit den Erfahrungen, die ein Mensch beim Hören von Musik macht und nennt diesen Effekt aus diesem Grund den „Sinfony-Effekt“. Auch beim Musik hören wird die momentan wahrgenommene Musik simultan mit den gerade vergangenen „nachklingenden Tönen“ aufgenommen und gleichzeitig werden bestimmte nachfolgende Töne erwartet. Blinde Kinder hören also die Reihe der Zahlwörter ähnlich wie eine Art Melodie, die sie auf unterschiedliche Weise verarbeiten können (vgl. Csocsán 2001, 51). Auch das bereits in Kapitel 2.3 erwähnte „Doppelt Zählen“ bzw. das darauffolgende „Hören“ ist ein Beispiel für den



Sinfony-Effekt. Wenn Kinder die zweite Reihe beim Zählen weglassen, hören sie gleichzeitig den Vorgang als Ganzes und die Teile des Ganzen in einer Reihe (vgl. Csocsán u.a. 2002, 37).

Wie aber gehen blinde und sehende Kinder genau mit akustischen Mustern um? Wie können akustische Erfahrungen im Unterricht genutzt werden und wie können akustische und haptische Eindrücke miteinander verbunden werden, um eine optimale Informationsaufnahme zu ermöglichen? Diesbezüglich haben Csocsán (2001, 48ff) sowie Kuhlmann und Frebel (2001, 55ff) im Rahmen einer Studie, die seit 1999 an der Universität Dortmund durchgeführt wird, bereits einige interessante Ergebnisse vorgelegt. Demnach können blinde Schüler im Alter zwischen sieben und neun Jahren besser Rhythmen nachklatschen und die Anzahl der Schläge (maximal 12) benennen als sehende Kinder in demselben Alter. Bei sehenden Schülern macht die Tatsache, dass sie im Vorfeld in Musik unterrichtet worden sind, einen Unterschied bezüglich der Leistungen aus, während dies bei blinden Kindern gleichgültig zu sein scheint (vgl. Kuhlmann & Frebel 2001, 56). Zudem konnte festgestellt werden, dass blinde Schüler größere Differenzen bezüglich der Leistungen zeigen als sehende Kinder. Es war auffällig, dass entweder ein großes oder gar kein Interesse an den Aufgaben vorhanden war, was zeigt, wie unterschiedlich die Schwerpunkte der Wahrnehmungskanäle bei Kindern sein können. Es zeigt aber auch, wie wichtig diese Möglichkeit des Lernens für einige Schüler ist. Für diese Schüler scheint der Gebrauch des akustischen Zahlenstrahls der beste Weg für das Erlernen der Relation „Teile im Ganzen“ zu sein, welche einen wichtigen Teil der Zahlbegriffsentwicklung ausmacht (vgl. Csocsán 2001, 52).

Insgesamt sind also strukturierte auditive Eindrücke, Bewegungen, verbale Anregungen und haptische Wahrnehmungen von großer Bedeutung, um Gegenstände, Personen und Ereignisse miteinander in Verbindung setzen zu können (vgl. Csocsán 2001, 53). Dies wiederum ist Voraussetzung für die Entwicklung des Zahlbegriffs.



Finger als Hilfsmittel zum Zählen bei sehenden im Vergleich zu blinden Kindern

Im Zuge der vielfältigen Untersuchungen zum Zählen gewinnt auch der Gebrauch der Finger beim Zählen zunehmend an Bedeutung. Bisher existieren noch nicht allzu viele Studien bezüglich dieser Thematik, doch haben sich sowohl Fuson (1992, 142ff) als auch Brissiaud (1992, 41ff) eingehend mit dem Fingerzählen sehender Kinder beschäftigt und kommen übereinstimmend zu der Erkenntnis, dass Finger ein sehr sinnvolles Mittel zur Förderung der Zählfähigkeit und damit zur Entwicklung des Zahlbegriffs bei sehenden Kindern sind.

Finger als Hilfsmittel zum Zählen bei sehenden Kindern

Brissiaud (1992, 41ff) stellt heraus, dass Kinder schon in sehr jungen Jahren mit Hilfe von Fingern über Mengen kommunizieren können, ohne dabei zählen, das entsprechende Zahlwort kennen oder gar eine Anzahl erfassen zu müssen. Das Kind, welches die Anzahl an beispielsweise drei Objekten nennen soll, jedoch erst bis zwei zählen kann, hält dann beispielsweise drei Finger hoch: „So viele!“. Bei dieser Methode hat es jedem Objekt einen Finger zugeordnet, es macht also von der Eins-zu-Eins-Korrespondenz Gebrauch. Aber auch, wenn Kinder schon zählen können, stellen die Finger ein enorm wichtiges Hilfsmittel zum Addieren und Subtrahieren dar, wie in Abb. 1 ersichtlich wird. Hier wird deutlich, welche Entwicklungsstadien beim Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben durchlaufen werden und welche Rolle der Gebrauch der Finger dabei einnimmt.



Level Addend + Addend = [Sum] Addend + [Addend] = Sum Sum - Addend = [Addend] Sum - [Addend] = Addend

LI

<p>count all</p> <p>(4) (3)</p>	<p>add on up to sum</p> <p>(4) (7)</p>	<p>take away known addend</p> <p>(7) (3)</p>	<p>take away to known addend</p> <p>(7) (4)</p>
$4 + 3 \rightarrow 7$	$4 + ? = 7 \quad ? = 3$	$7 - 3 = 4$	$7 - ? = 4 \rightarrow ? = 3$

LII
Fst
Add
Abb

<p>object count on</p> <p>(4) (3)</p>	<p>object count up to sum</p> <p>(7)</p>	<p>object count down known addend</p> <p>(7) (3)</p>	<p>object count down to known addend</p> <p>(7) (4)</p>
$4 + 3 \rightarrow 7$	$4 + ? = 7 \quad ? = 3$	$7 - 3 = 4$	$7 - ? = 4 \rightarrow ? = 3$

LIII
Sec
Add
KT

<p>sequence count all</p> <p>hear 3 words (3)</p>	<p>sequence count all up to sum</p> <p>hear 3 words (3)</p>	<p>sequence count down known addend and then down to one</p> <p>hear 3 words (3)</p>	<p>sequence count down to known addend and then down to one</p> <p>hear 3 words before hear (4)</p>
$4 + 3 \rightarrow 7$	$4 + ? = 7 \rightarrow ? = 3$	$7 - 3 = 4$	$7 - ? = 4 \rightarrow ? = 3$



L III	<p>sequence count on stop at 6 fingers up fingers put up one at a time $8 + 6 \rightarrow 14$</p>	<p>sequence count up to sum stop when hear 14 (14) 6 fingers up fingers put up one at a time $8 + ? = 14 \rightarrow ? = 6$</p>	<p>sequence count down known addend stop at 6 fingers up 8 left because 8 is the next count word fingers put up one at a time $14 - 6 \rightarrow 8$</p>	<p>sequence count down to known addend stop when hear 8 (8) 5 fingers + 1 finger to get down to 8 = 6 fingers fingers put up one at a time $14 - ? = 8 \rightarrow ? = 6$</p>
L IV	<p>forward doubles plus one $7 + 6 = 12 + 1 = 13$ $6 + 6$ $7 + 6 = 13$</p>	<p>forward doubles plus one $7 + ? = 13$ $6 + 6 = 12$ $7 + ? = 13 \quad ? = 6$</p>	<p>backward doubles plus one $13 - 7$ $12 - 6$ $13 - 7 = 6$</p>	<p>backward doubles plus one $13 - ? = 6$ $12 - 6$ $13 - ? = 6 \quad ? = 7$</p>
	<p>forward up-over-ten $8 + 5 = 13$</p>	<p>forward up-over-ten $8 + ? = 13 \quad ? = 5$</p>	<p>backward down-X-over-ten $13 - 5 = 8$</p>	<p>backward down-over-ten to X 13 down to $10 = 3$ 10 down to $8 = 2$ 5 $13 - ? = 8 \quad ? = 5$</p>

Note: A number in a right-hand bracket, 4], means a cardinal number (a number that tells how many); a circled number is a sequence number (a number within the counting sequence); and a number in parentheses, (4), means that this number is monitored in a keeping-track process so that some count can end at that number or after that many numbers have been said.

Abb. 1: Developmental levels of addition and subtraction solution procedures (aus Fuson 1992, 144f).



Die Abbildung zeigt die Vorgänge des Zählens von Kindern bei Additions- und Subtraktionsaufgaben in vier unterschiedlichen Stadien. Die ersten beiden Spalten listen Zählprozesse auf, während in den letzten beiden Spalten rückwärts gezählt werden muss. Die erste und dritte Spalte behandeln gewöhnliche Additions- und Subtraktionsaufgaben, die zweite und die vierte Spalte Aufgaben mit fehlendem Summanden bzw. Subtrahenden. Prinzipiell ist zu sagen, dass den meisten Kindern Subtraktionsaufgaben schwerer fallen als Additionsaufgaben, was an der erhöhten Fehlerzahl festzumachen ist. In Level eins wurden den Kindern auch Gegenstände zum Zählen angeboten, aber sie konnten die Finger meist genauso gut und auf die gleiche Weise wie Gegenstände benutzen. In Level zwei machen die Kinder schon von einem Fingermuster Gebrauch und können von einer der Zahlen aus weiter zählen. Im dritten Level benutzen die Kinder das so genannte „keeping track“-Verfahren, das Hinzählen zum gesuchten Zahlwort. In der ersten und dritten Spalte repräsentieren die Finger nur die Zahlwörter, sozusagen als Gedächtnisstütze, wie viele Zahlen bereits gezählt wurden. Bei den Aufgaben der zweiten und vierten Spalte repräsentieren die Finger hingegen die Lösung der Aufgabe. Das Prinzip des „keeping track“ ist jedoch in allen Spalten dasselbe. Im vierten Level haben die Kinder schon die „Teile im Ganzen“-Relation verstanden und gruppieren und zerlegen die Zahlen, um sie leichter addieren oder subtrahieren oder von auswendig gelernten Zahlfakten Gebrauch machen zu können.

Kinder, die eines dieser Verfahren benutzen, haben bereits ein grundlegendes Verständnis für den Zählprozess, d.h. sie haben die Zählprinzipien schon verstanden (vgl. Kapitel 2.4.1).

Hätten sie die Zahlreihe lediglich auswendig gelernt, wären sie nicht in der Lage, das Zählen so gezielt zum Lösen einer Aufgabe einzusetzen. An der Tabelle wird deutlich, dass Kinder zu Beginn noch Objekte oder ihre Finger als solche benötigen, um diese konkret zu zählen. Später, in Level 4, reichen dafür Zahlwörter als Ersatz für derartige Objekte aus (vgl. Fuson 1992, 143ff).

Die Finger sind laut Brissiaud (1992, 61) nicht irgendein Hilfsmittel zum Zählen,



sondern haben eine Vielzahl von Vorteilen gegenüber anderen Lernmaterialien. Beispielsweise werden beim Gebrauch der Finger zwei Wahrnehmungskanäle gleichzeitig einbezogen, nämlich der visuelle und der kinästhetische Kanal. Zudem beinhalten die Finger bereits eine natürliche Fünferstrukturierung, die im Dezimalsystem eine zentrale Stellung einnimmt und bei vielen Lernmaterialien imitiert wird. Durch diese Strukturierung wird die Fähigkeit zum Gruppieren gefördert, indem die Kinder erst alle Finger der einen Hand benutzen, bevor sie mit der anderen Hand fortfahren. Fest steht, dass das Gruppieren eine wichtige Fähigkeit für die Entwicklung des Zahlbegriffs darstellt. Allerdings ist nicht erwiesen, ob die Finger besser dafür geeignet sind als andere Lernmaterialien.

Finger als Hilfsmittel zum Zählen bei blinden Kindern

Sehende Kinder benutzen also zum Zählen als Erinnerungshilfe bereits gezählter Zahlen und zur Erfassung der Zahl als „Teile im Ganzen“ häufig spontan ihre Finger (vgl. Ahlberg & Csocsán 1994, 71). Die Frage ist nun, ob blinde Kinder, deren Hände und Finger schließlich meist für die Erkundung der Umwelt gebraucht werden, diese auch zum Zählen und Rechnen verwenden (Ahlberg & Csocsán 1994, 29). Dieser Frage sind Ahlberg und Csocsán (1994, 3ff) nachgegangen und haben sieben und acht Jahre alte geburtsblinde Kinder u.a. aufgefordert, vorgegebene Zahlen anhand der Finger zu zeigen. Zwei der sechs getesteten blinden Kinder waren nicht dazu in der Lage, diese Aufgabe zu lösen. Einige Kinder haben die geforderte Anzahl an Fingern mit Hilfe vieler unterschiedlicher Strategien zeigen können, beispielsweise gebrauchten einige Kinder ihre zweite Hand, um die Finger an der ersten Hand abzuzählen. Nur ein einziges Kind konnte die korrekte Anzahl sofort zeigen, ohne vorher abzählen zu müssen. Dieses Kind macht mit dieser Strategie deutlich, dass es bereits in der Lage ist, seine Finger zu gruppieren und zu strukturieren, weil es die Finger als Ganzes und in Teile aufteilbar verstanden hat. Insgesamt hat kein blindes Kind seine Finger spontan zur Lösung einer Aufgabe benutzt und als Hilfsmittel eingesetzt (Ahlberg & Csocsán 1994, 32).



Interessant in dem Zusammenhang ist, dass auch sehende Kinder Schwierigkeiten haben, die geforderten Aufgaben zu lösen und die Stellung ihrer Finger zu überprüfen, wenn sie ihre Finger nicht visuell wahrnehmen dürfen (vgl. Csocsán u.a. 2002, 26). Da sich herausgestellt hat, dass blinde Kinder auch ohne den Gebrauch von Fingern den Zahlbegriff entwickeln, kann der Schluss gezogen werden, dass das Fingerzählen sehenden Kindern zwar ein mehr oder minder gutes Hilfsmittel sein kann, jedoch nicht zwangsläufig für die Zahlbegriffsentwicklung notwendig ist.

2.5 Bedeutung des Messens für die Zahlbegriffsentwicklung

Für die Entwicklung des Zahlbegriffs ist die Fähigkeit zur Invarianz eine grundlegende Voraussetzung (vgl. Kapitel 2.1.2). Dazu gehört jedoch nicht nur die Erhaltung von Anzahlen. Auch bei Längen, Flächeninhalten, Gewichten und anderen Größen muss das Kind erkennen, dass die Quantität gegenüber Änderungen der Qualität konstant bleibt (vgl. Maier 1990, 58f). Daher ist das Messen, also der Umgang mit Größen, ein wichtiger Aspekt für die Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. Csocsán-Horvath 1985, 125).

An dieser Stelle wäre eine Betrachtung des Messens bzw. der dabei erkennbaren Lernstrategien blinder und sehender Kinder ein interessantes Untersuchungsthema. Bisher liegen jedoch diesbezüglich keine Informationen vor, und auch im Rahmen dieser Arbeit ist das Messen nicht Untersuchungsgegenstand. Maier (1990, 25ff) bringt lediglich das Messen mit dem Zahlbegriff in Verbindung, doch über die Entwicklung des Messens oder entsprechenden Lernstrategien sagt auch er nichts aus. Aus diesem Grunde verzichte ich hier vollkommen auf die Darlegung der Lernstrategien blinder und sehender Kinder beim Messen.